Nome:____ Nº:_______________

4º Teste (pares) MRLM (até inferência sobre o modelo inclusive) 27/11/2020

Questão aberta:

1. Num estudo para avaliar a reincidência de criminosos anteriormente condenados estimou-se o seguinte modelo, usando o Método dos Mínimos Quadrados Ordinários:

$$\widehat{\log(dur)} = \underset{(0.2087)}{3.5497} + \underset{(0.0002)}{0.0013}\, idade - \underset{(0.0764)}{0.0194} \log(rend)$$
$$- \underset{(0.0013)}{0.0094}\, tdet + \underset{(0.0580)}{0.2103}\, narm - \underset{(0.0092)}{0.0658}\, condant$$
$$n = 1445, \quad R^2 = 0.0854, \quad FStat = 26.8736$$

Em que:

- dur é o tempo (em meses) compreendido entre o momento em que o indivíduo *i* sai da prisão até que é preso novamente;
- $idade$ é a idade do indivíduo *i* ;
- $rend$ é o rendimento médio da família do indivíduo *i*;
- $tdet$ é o tempo (em meses) que o indivíduo *i* já esteve preso;
- $narm$ é o número de armas de fogo possuídas pelo indivíduo *i*;
- $condant$ é o número de condenações anteriores do indivíduo *i*.

Notas:

i. Se nada for dito em contrário assume-se que o modelo verifica as hipóteses 1 a 6 do MRLM

ii. Considere uma dimensão do ensaio de 1%.

$a)$ (10) Interprete as estimativas para β_2 e β_5.

$\beta_2 -$ um acréscimo de 1% no rendimento médio da família implica, <u>em média, tudo o resto constante, um acréscimo de aproximadamente</u>(Quem não tiver a parte sublinhada desconta 2.5), $0.0194\%\%$ do tempo compreendido entre o momento em que o indivíduo *i* sai da prisão até que é preso novamente

$\beta_5 -$ um acréscimo de 1 no número de condenações anteriores implica, <u>em média, *ceteris paribus*, um decréscimo de aproximadamente,</u> 6.578% do tempo compreendido entre o momento em que o indivíduo *i* sai da prisão até que é preso novamente

$b)$ (7.5) Formalize o ensaio que permita testar a seguinte hipótese: o efeito de condenações anteriores é 10 vezes superior ao efeito do rendimento médio familiar.

$$H_0: \beta_5 \geq 10\beta_2 \;\; contra \quad H_1: \beta_5 < 10\beta_2$$

c) (7.5) Como iria proceder para testar a hipótese anterior (enumere detalhadamente todos os passos). **Nota: Não tem de fazer contas.**

1º passo: Fazer $\delta = \beta_5 - 10\beta_2$

2º passo: Estimar $\hat{\delta} = \hat{\beta}_5 - 10\hat{\beta}_2 = (-0.0658) - 10 * (-0.0194) = 0.1282$

3º passo: Testar $H_0: \delta \geq 0.1282 \;\; contra \;\; H_1: \delta < 0.1282$

Estatística teste: $T = \frac{\hat{\delta}-\delta}{\hat{\sigma}_{\hat{\delta}}} \sim t(n-k-1)$

com $\sigma_{\hat{\delta}}^2 = \sigma^2 c(X^T X)^{-1} c^T$=$\hat{\sigma}_{\hat{\delta}}^2 = \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_5}^2 + 10^2 \hat{\sigma}_{\widehat{\beta_2}}^2 - 2 * 10 * \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2}$

Ou, em alternativa:

1º passo: Fazer $\delta = \beta_5 - 10\beta_2 \Leftrightarrow \beta_5 = \delta + 10\beta_2$

2º passo:

$$\log(dur) = \beta_0 + \beta_1\, idade + \beta_2 \log(rend) + \beta_3\, tdet + \beta_4 narm + (\delta + 10\beta_2) condant + u$$

$$= \beta_0 + \beta_1\, idade + \beta_2 \left(\overbrace{\log(rend) + 10 condant}^{x_2^*} \right) + \beta_3\, tdet + \beta_4 nar$$

$$+ \delta condant + u$$

3º passo: estimar o novo modelo

4º passo: Testar $H_0: \delta \geq 0 \;\; contra \;\; H_1: \delta < 0$

Estatística teste: $T = \frac{\hat{\delta}-\delta}{\hat{\sigma}_{\hat{\delta}}} \sim t(n-k-1)$

d) (7.5) Teste se o impacto do número de meses em que o indivíduo já esteve preso sobre o tempo até novo encarceramento é inferior ou igual a -0.1.

$$H_0: \beta_3 \leq -0.1 \;\; contra \;\; H_1: \beta_3 > -0.1$$

Estatística teste: $\frac{\widehat{\beta}_3 - \beta_3}{\hat{\sigma}_{\widehat{\beta}_3}} \sim t_{(n-k-1)}$, então

$t_{obs} = \frac{-0.0194-(-0.1)}{0.0013} = 62$

Valor-p=$P\left(t_{(1445-5-1)} > 62\right) = 0 \Rightarrow$rejeita-se H_0

Ou $W = \{t: t > t_{0.05}\} = \{t: t > 1.6459\} \Rightarrow t_{obs} \in W \Rightarrow rejeita - se\; H_0$

e) (7.5) Teste a significância de β_1 e comente a relevância da variável idade no presente contexto.

$$H_0\colon \beta_1 = 0 \quad contra \quad H_1\colon \beta_1 \neq 0$$

Estatística teste: $\frac{\hat{\beta}_1-\beta_1}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}} \sim t_{(n-k-1)}$; $t_{obs} = \frac{0.0013}{0.0002} = 6.5$

Valor-p=$P\left(\left|t_{(1445-5-1)}\right| > |6.5|\right) = 1.10446E^{-10}$ ⇒rejeita-se H_0

Ou $W = \{t\colon |t| > |t_{0.05}|\} = \{t\colon |t| > 1.962\} \Rightarrow t_{obs} \in W \Rightarrow rejeita - se\ H_0$

f) (10) Teste a significância global da regressão.

$$H_0\colon \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0 \quad contra \quad H_1\colon \exists\, \beta_j \neq 0 \ \ (j = 1, \cdots, k)$$

Estatística teste: $F = \frac{R^2/k}{(1-R^2)/(n-k-1)} = \frac{SSE/k}{SSR/(n-k-1)} \sim F_{\ (k, n-k-1)}$

$$f_{obs} = 26.8736\ , valor - p = P\left(F_{\ (5,\, 1439)} > 26.8736\right) \approx 0 \ \Rightarrow rejeita - se\ H_0$$

Ou $W = \{f\colon f > f_{0.05}\} = \{f\colon f > 2.2203\} \Rightarrow f_{obs} \in W \Rightarrow rejeita - se\ H_0$